

2010

5/2日 4月9日
9:45-

大学1~3年

数学 暗記すること多くて人ある。

概念. 単射, 全射. 数学を論理的な日本語で.

抽象化 $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
 $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

例. 線形写像.
1次変換で:
 $|A| = 0 \text{ or } \neq 0$
論理自体の数学

複雑な論理 \rightarrow 記号論理

(複雑な文章題 \rightarrow 連立方程式文章題 記号で解く)

§2. 論理とピロ"1/2"4 (コ"2-9)

"命題" 真偽がまわっている (true, false)

- 例. 1. $3 < 5$ T.
- 2. $\sqrt{2} < 2$ F.
- 3. $x < 2$ 命題ではない
- 4. 任意の実数 x に対して, $x^2 \geq 0$ T.

"条件命題" $\exists P(x)$
② x のとりかえ範囲 U
 $x \in U$ 全体集合

$P(x)$ を " $x < 2$ " とすると, これは条件命題

$x \in U = \mathbb{R}$ U を全体集合.

$\{x \in U \mid P(x) \text{ が T}\}$ を $P(x)$ の真理集合

例. $P(x, y)$ 2変数の条件命題.
全称命題.

" U のすべての要素に対して, $P(x)$ が成り立つ."
(任意の) x
 $\forall x \in U, P(x)$ \forall は any all.

①

例.

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ は T.

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 \geq 0$ は F.

問

" $\forall x \in U, P(x)$ " が T

$\Leftrightarrow P(x)$ の真理集合が U

問

① $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \geq 0$ は T or F?

② $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ は T or F?

例

$\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x^2 + 2y^2 \geq 0$

特殊命題

" U のある要素 x に対して, $P(x)$ が成り立つ."
(ある $x \in U$ が存在して, $P(x)$ ")

$\exists x \in U, P(x)$

\exists exists.

$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 \geq 0$ は T

$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ は T

$\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 2$ は F

$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2$ は T

② $\{x \mid P(x) \text{ が T}\} \neq \emptyset$

命題 P の否定 $\neg P$ (これは \bar{P}) と書く。

P が T なら $\neg P$ は F

P が F なら $\neg P$ は T (定義)

2010
5/2 日
11:35-

$P \Leftrightarrow Q$ PとQの真偽が一致 同値な命題

定理 (p.276)

(1) $\forall x \in U, P(x) \Leftrightarrow \exists x \in U, \overline{P(x)}$

(2) $\exists x \in U, P(x) \Leftrightarrow \forall x \in U, \overline{P(x)}$

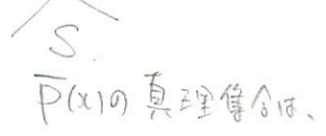
(1)

① $\forall x \in U, P(x)$ が T. なら

$P(x)$ の真理集合はU全体、 $\overline{P(x)}$ の真理集合は \emptyset $\exists x \in U, \overline{P(x)}$ は F

② " $\forall x \in U, P(x)$ " が F なら

$P(x)$ の真理集合はUより真に小さい



なので " $\exists x \in U, \overline{P(x)}$ " は 真

以上より (1) が正しい

同様に (2) の証明もいれる。(演習)

(2) は (1) の対偶

$\forall x \in U, P(x)$ が F なら

$\exists x \in U, \overline{P(x)}$ をいえる
 $\overline{P(x)} \in T$ なら x が $\overline{P(x)}$ の反例になる

例 $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \in \mathbb{Q}$ は F

$x^2 \in \mathbb{Q}$ の反例は $\sqrt{2}$

例題

① $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 \geq 0$ ①
を日本語でかきなさい。

② ①の否定を日本語および記号でかきなさい (2通り)

例題 (B.626)

① $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, x < y$

② $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y \leq x$

(1) 日本語にかきなさい

(2) 真偽は?

(3) 否定をかきなさい

大抵 y は x にイブンしてない

演習 $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y < x$

$P \wedge Q$
 $P \vee Q$

+ 条件

① \overline{P}

$P \Rightarrow Q \Leftrightarrow \overline{P} \vee Q$ と def **重要!**

次回

トトト

P が F なら $P \Rightarrow Q$ は 真

$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

② $\overline{P \wedge Q} = \overline{P} \vee \overline{Q}$, $\overline{P \vee Q} = \overline{P} \wedge \overline{Q}$, $\overline{\overline{P}} = P$