数学原論 レポート 2 (高山)　2006 年 4 月 27 日

氏名	学籍番号	学部, 学科	数学 3,C
			既習, 未習

提出日時・場所: 次次週 5 月 11 日の授業中自己採点してから提出. 教室.

- この用紙に裏表直接記入する事.

微分方程式は $\sin t$ や e^t を用いて解けるとは限らない. そこで, 近似的に解くことが重要となる. 微分方程式の解に十分近い数列の漸化式（差分方程式と呼ぶ）を作り, その数列の値を計算機で具体的に計算して, 近似解を作ることを, 差分法と呼ぶ. 差分法の手順は次の例のようになる.

$$\begin{cases} f'(t) = -2f(t) + t \\ f(0) = 1 \end{cases} \tag{1}$$

h を十分小さい値とする. 例えば $h = 0.01$
このとき,

$$f'(t) \fallingdotseq \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

$t_k = hk$ および, $f_k = f(t_k)$ とおく.
すると, $f'(t_k) \fallingdotseq (f_{k+1} - f_k)/h$
よって, (1) より

$$\begin{cases} \dfrac{f_{k+1} - f_k}{h} \fallingdotseq -2f_k + hk, k = 0, 1, 2, 3 \cdots \\ f_0 = 1 \end{cases}$$

$\fallingdotseq$ を $=$ にかえて, 漸化式

$$\begin{cases} f_{k+1} = f_k + h(-2f_k + hk) \\ f_0 = 1 \end{cases} \tag{2}$$

を数値的に解くと, (1) の近似解が得られる. (2) を (1) の差分化と言う.
h を小さくすればするほど近似はよくなる.

問 2.1

$\begin{cases} f'(t) = -f(t) \\ f(0) = 1 \end{cases}$ の差分化を求めよ. $h = 0.1$ とし, 電卓で最初の 10 項 $f(0), f(0.1), \ldots, f(0.9)$ を計算してみてグラフに書いてみよう.

解答

問 2.2
微分方程式

$$x'(t) = p(t), p'(t) = 0, y'(t) = z(t), z'(t) = -9.8$$

$$x(0) = 0, p(0) = 1, y(0) = 0, z(0) = 5$$

の差分化を求めよ. $h = 0.1$ として, 電卓で最初の 10 項を計算し, $(x(t), y(t))$ の値をプロットしてみよう.

解答